

# Fracciones y decimales

1. Simplifica las fracciones siguientes:

$$\frac{24}{60} \quad \frac{114}{72} \quad \frac{51}{68} \quad \frac{26}{39} \quad \frac{125}{50} \quad \frac{225}{400}$$

3. En cada apartado, reduce a común denominador y ordena de menor a mayor:

a)  $\frac{5}{6}, \frac{3}{5}, \frac{2}{3}, \frac{7}{10}, \frac{8}{15}$

b)  $-\frac{1}{2}, -\frac{5}{8}, -\frac{7}{12}, -\frac{3}{4}$

5. Expresa como número decimal las siguientes fracciones:

$$\frac{9}{25} \quad \frac{13}{9} \quad \frac{23}{6} \quad \frac{17}{200} \quad \frac{5}{7} \quad \frac{233}{990} \quad \frac{13}{22}$$

9. Ordena de menor a mayor en cada apartado:

a)  $3,56; 3,5\widehat{6}; 3,\widehat{5}; 3,\widehat{56}$

b)  $-1,32; -1,3\widehat{2}; -1,\widehat{32}; -1,\widehat{3}$

13. Calcula mentalmente:

a)  $\frac{2}{3}$  de 60

b)  $\frac{3}{4}$  de 100

c)  $\frac{3}{500}$  de 500

d) La mitad de  $\frac{2}{3}$ .

e) La tercera parte de  $\frac{12}{7}$ .

f) La mitad de la quinta parte de  $-6$ .

14. Calcula mentalmente el número que se pide en cada caso:

a) Los dos tercios de un número valen 22. ¿Cuál es el número?

b) Los cinco cuartos de un número valen 35. ¿Cuál es el número?

16. Efectúa y simplifica descomponiendo en factores, como en el ejemplo:

•  $\frac{15}{21} \cdot \frac{7}{25} = \frac{15 \cdot 7}{21 \cdot 25} = \frac{3 \cdot 5 \cdot 7}{3 \cdot 7 \cdot 5 \cdot 5} = \frac{1}{5}$

a)  $\frac{3}{5} \cdot \frac{20}{21}$

b)  $\frac{6}{25} \cdot \frac{5}{18}$

c)  $\frac{12}{7} \cdot \frac{35}{36}$

17. Reduce estas expresiones a una sola fracción:

a)  $\frac{1}{2} - \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{8} - \frac{1}{16}$

b)  $\left(\frac{3}{5} - \frac{1}{4} + 2\right) - \left(\frac{3}{4} - \frac{2}{5} + 1\right)$

c)  $\left(1 + \frac{1}{3}\right) - \left(\frac{3}{4} + \frac{1}{2}\right) \cdot \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{4}\right)$

d)  $\left(\frac{3}{5} + \frac{1}{3}\right) - \left[1 - \left(\frac{3}{4} - \frac{1}{2}\right) + \frac{2}{3} - \frac{3}{20}\right]$

18. Calcula paso a paso y, después, comprueba el resultado con la calculadora utilizando las teclas de fracción y paréntesis.

a)  $-\frac{4}{3} \cdot \frac{1}{2} + \frac{3}{4} - \left(\frac{1}{3} + \frac{1}{2} : \frac{2}{3}\right)$

b)  $3 - \frac{2}{3} \left(1 - \frac{1}{4}\right)^2 + \frac{3}{8} (-2)$

c)  $\left(\frac{5}{2} - \frac{5}{6} + \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{4}\right) : \left[2 - \frac{1}{2} \left(1 + \frac{5}{3}\right)\right]$


19.  Calcula y comprueba con la calculadora.


a)  $5 : \left(\frac{2}{4} + 1\right) - 3 : \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{4}\right)$


b)  $\frac{2}{3} \left(\frac{3}{4} - \frac{1}{2}\right)^2 - \frac{1}{6} \left(\frac{5}{6} - \frac{1}{3}\right)^2$


c)  $-\frac{3}{8} \left[ 3 - \frac{3}{5} - \left(\frac{17}{20} - 1\right) \cdot \left(\frac{1}{3} - 3\right) \right]$


d)  $\left[ \left(\frac{2}{3} - \frac{1}{9}\right) + 13 \left(\frac{2}{3} - 1\right)^2 \right] : \left(-\frac{2}{3}\right)$


21.  Llevo leído  $\frac{3}{8}$  de un libro de 288 páginas. ¿Cuántas páginas me quedan para acabar el libro?


22.  Juan mide 1,60 m, las  $\frac{5}{6}$  partes de la altura de su padre. ¿Cuánto mide el padre de Juan?


23.  De los 28 alumnos de una clase,  $\frac{4}{7}$  han aprobado todo, de los cuales  $\frac{1}{8}$  obtuvieron sobresaliente de media. ¿Cuántos alumnos sacaron sobresaliente? ¿Cuántos suspendieron alguna asignatura?


24.  Julia gastó  $\frac{1}{3}$  de su dinero en libros y  $\frac{2}{5}$  en discos. Si le han sobrado 36 €, ¿cuánto tenía?


26.  De los 300 libros de una biblioteca,  $\frac{1}{6}$  son de poesía; 180, de novela, y el resto, de historia. ¿Qué fracción representan los libros de historia?

27.  De un bidón de aceite se saca primero la mitad, y después, la quinta parte de lo que queda. Si en el bidón aún hay 3 litros, ¿cuál es su capacidad?

28.  En una frutería, los  $\frac{5}{6}$  del importe de las ventas de un día corresponden a las frutas, y el resto, a las verduras. De lo recaudado por las frutas, los  $\frac{3}{8}$  son de las naranjas, y ese día fueron 90 €. ¿Cuánto se recaudó en total? ¿Qué parte correspondió a las verduras?


29.  De una cuenta bancaria, retiramos primero los  $\frac{3}{8}$  y, después, los  $\frac{7}{10}$  de lo que quedaba. Si el saldo actual es 1893 €, ¿cuánto había al principio?

30.  De un depósito de aceite, se vacía la mitad; después, la mitad de lo que queda; luego, los  $\frac{11}{15}$  del resto. Si quedan 36 l, ¿cuántos había al principio?


31.  Compro a plazos una bicicleta que vale 540 €. Pago el primer mes los  $\frac{2}{9}$ ; el segundo, los  $\frac{7}{15}$  de lo que me queda por pagar, y luego, 124 €.

a) ¿Cuánto he pagado cada vez?

b) ¿Qué parte del precio me queda por pagar?

32.  Se adquieren 10 kg de ciruelas para hacer mermelada. Al deshuesarlas, su peso se reduce en  $\frac{1}{5}$ . Lo que queda se cuece con una cantidad igual de azúcar, perdiéndose en la cocción  $\frac{1}{4}$  de su peso. ¿Cuántos kilos de mermelada se obtienen?

# Potencias y raíces

1.  Calcula las potencias siguientes:

a)  $(-3)^3$

b)  $(-2)^4$

c)  $(-2)^{-3}$

d)  $-3^2$

e)  $-4^{-1}$

f)  $(-1)^{-2}$

g)  $\left(\frac{1}{2}\right)^{-3}$

h)  $\left(-\frac{1}{2}\right)^{-2}$

i)  $\left(\frac{4}{3}\right)^0$

3.  Calcula.

a)  $\left(\frac{3}{2} - 1\right)^{-3} : \left(\frac{1}{2}\right)^{-2}$

b)  $\left(2 + \frac{1}{3}\right)^{-2} \cdot 3^{-2}$

4.  Expresa como potencia única.

a)  $\left(\frac{3}{4}\right)^{-3} : \left(\frac{3}{4}\right)^2$

b)  $\frac{2^5 \cdot 2^{-7}}{2^{-4}}$

c)  $\left[\left(\frac{1}{2} + 1\right)^{-1}\right]^3$

d)  $\left(\frac{1}{2}\right)^3 : \left(\frac{1}{4}\right)^2$

e)  $\left(\frac{2}{3}\right)^2 \cdot \left(\frac{-3}{2}\right)^4$

f)  $\frac{3^{-1}}{5 \cdot 15^2}$

5.  Simplifica.

a)  $\frac{2^3 \cdot (-3)^2 \cdot 4^2}{6^3 \cdot 9^2}$

b)  $\frac{2^{-4} \cdot 4^2 \cdot 3 \cdot 9^{-1}}{2^{-5} \cdot 8 \cdot 3^2}$

c)  $\frac{4ab}{9} : \frac{b^2}{3a}$

d)  $(6a)^{-1} : (3a^{-2})^{-2}$

e)  $(a^{-1}b^2)^2 \cdot (ab^{-2})^{-1}$

f)  $\left(\frac{a}{b}\right)^{-3} (a^{-1})^{-2}$

6.  Escribe estos números con todas sus cifras:

a)  $4 \cdot 10^7$

b)  $5 \cdot 10^{-4}$

c)  $9,73 \cdot 10^8$

d)  $8,5 \cdot 10^{-6}$

e)  $3,8 \cdot 10^{10}$

f)  $1,5 \cdot 10^{-5}$

7.  Escribe estos números en notación científica:

a) 13 800 000

b) 0,000005

c) 4 800 000 000

d) 0,0000173

e) 50 030 000

f) 0,002007

12.  Calcula, expresa el resultado en notación científica y comprueba con la calculadora.

a)  $(2,5 \cdot 10^7) \cdot (8 \cdot 10^3)$

b)  $(5 \cdot 10^{-3}) : (8 \cdot 10^5)$

c)  $(7,4 \cdot 10^{13}) \cdot (5 \cdot 10^{-6})$

d)  $(1,2 \cdot 10^{11}) : (2 \cdot 10^{-3})$

15.  Efectúa y escribe el resultado con todas las cifras.

a)  $5,3 \cdot 10^{11} - 1,2 \cdot 10^{12} + 7,2 \cdot 10^{10}$

b)  $4,2 \cdot 10^{-6} - 8,2 \cdot 10^{-7} + 1,8 \cdot 10^{-5}$

c)  $(2,25 \cdot 10^{22}) \cdot (4 \cdot 10^{-15}) : (3 \cdot 10^{-3})$

d)  $(1,4 \cdot 10^{-7})^2 : (5 \cdot 10^{-5})$

16.  Halla, cuando sea posible, las raíces siguientes:

a)  $\sqrt[4]{16}$

b)  $\sqrt{\frac{16}{25}}$

c)  $\sqrt[3]{\frac{1}{8}}$

d)  $\sqrt[5]{-1}$

e)  $\sqrt[3]{216}$

f)  $\sqrt[7]{-128}$

g)  $\sqrt[5]{-243}$

h)  $\sqrt[6]{4096}$

i)  $\sqrt[6]{64}$

j)  $\sqrt[3]{-8}$

17.  Sacar del radical los factores que sea posible.

a)  $\sqrt{2^2 \cdot 5^3}$

b)  $\sqrt[3]{2^6 \cdot 7^3}$

c)  $\sqrt[4]{2^2 \cdot 3^6}$

18.  Extraer de cada radical los factores que sea posible:

a)  $\sqrt[4]{32}$

b)  $\sqrt[3]{81}$

c)  $\sqrt[3]{200}$

d)  $\sqrt{50}$

e)  $\sqrt[4]{144}$

f)  $\sqrt[3]{250}$

20.  Simplificar.

a)  $(\sqrt[4]{2})^4$

b)  $(\sqrt[3]{2})^6$

c)  $(\sqrt[6]{2^2})^3$

d)  $\sqrt[3]{10} \sqrt[3]{1000}$

e)  $\sqrt[5]{2} \sqrt[5]{16}$

f)  $\sqrt[3]{9} \sqrt[3]{81}$


22.  Efectuar.

a)  $\sqrt{50} + \sqrt{72} - 10\sqrt{2}$

b)  $\sqrt{80} - \sqrt{45} - \sqrt{20}$

c)  $-\sqrt{48} + 3\sqrt{75} - \sqrt{108}$

d)  $\sqrt{175} + \sqrt{28} - 5\sqrt{63}$

24.  Observar las masas de estos planetas:


Tierra:  $5,98 \cdot 10^{24}$  kg

Marte:  $6,42 \cdot 10^{23}$  kg

Júpiter:  $1,90 \cdot 10^{27}$  kg

a) ¿Cuántos kilos pesa más la Tierra que Marte?













b) ¿Cuántas veces pesa más Júpiter que Marte?














25.  La galaxia M87, que está a 50 millones de años-luz de la Tierra, tiene un agujero negro cuyo diámetro es 60 años-luz y cuya masa es dos mil millones de veces la masa del Sol.

a) Calcular la masa del agujero negro en kilogramos. (La masa del Sol es, aproximadamente,  $2 \cdot 10^{30}$  kg).

b) Expresar en kilómetros la distancia de esa galaxia a la Tierra y el diámetro del agujero negro. Un año luz son  $9,46 \cdot 10^{12}$  km.

# Problemas aritméticos

5.  Calcula mentalmente.
- a) 20 % de 340                      b) 2,5 % de 400                      c) 75 % de 4 000  
d) 150 % de 200                      e) 60 % de 250                      f) 12 % de 12
6.  ¿Qué porcentaje representa?
- a) 78 de 300                              b) 420 de 500  
c) 25 de 5 000                              d) 340 de 200
7.  Calcula, en cada caso, la cantidad inicial de lo que conocemos:
- a) El 28 % es 98.                              b) El 15 % es 28,5.  
c) El 2 % es 325.                              d) El 150 % es 57.
8.  ¿Por qué número hay que multiplicar la cantidad inicial para obtener la final en cada caso?
- a) Aumenta un 12 %.                              b) Disminuye el 37 %.  
c) Aumenta un 150 %.                              d) Disminuye un 2 %.
14.  Los vecinos de una urbanización abonan 390 € mensuales por las 130 farolas que alumbran sus calles. ¿Cuántas farolas han de suprimir si desean reducir la factura mensual a 240 €?
15.  Cinco carpinteros necesitan 21 días para entarimar un suelo. ¿Cuántos carpinteros serán necesarios si se desea hacer el trabajo en 15 días?
16.  El dueño de una papelería ha abonado una factura de 670 € por un pedido de 25 cajas de folios. ¿A cuánto ascenderá la factura de un segundo pedido de 17 cajas? ¿Cuántas cajas recibirá en un tercer pedido que genera una factura de 938 €?
17.  Un campamento de refugiados que alberga a 4 600 personas tiene víveres para 24 semanas. ¿En cuánto se reducirá ese tiempo con la llegada de 200 nuevos refugiados?
18.  Un peregrino del Camino de Santiago, que camina seis horas cada jornada, ha invertido 5 días y 2 horas en recorrer una distancia de 128 kilómetros. ¿Qué distancia recorre al día?
20.  Una locomotora, a 85 km/h, tarda 3 horas y 18 minutos en realizar el viaje de ida entre dos ciudades. ¿Cuánto tardará en el viaje de vuelta si aumenta su velocidad a 110 km/h?
24.  Cuatro mineros abren una galería de 15 metros de longitud en 9 días. ¿Cuántos metros de galería abrirán 6 mineros en 15 días?
25.  En una cadena de montaje, 17 operarios, trabajando 8 horas al día, ensamblan 850 aparatos de radio a la semana. ¿Cuántas horas diarias deben trabajar la próxima semana, para atender un pedido de 1 000 aparatos, teniendo en cuenta que se añadirá un refuerzo de tres trabajadores?

26.  En un campo de 200 m de largo y 80 m de ancho, se ha recogido una cosecha de 4 800 kg de trigo. ¿Qué cosecha podemos esperar de otro campo que mide 190 m de largo y 90 m de ancho?
27.  Un taller produce 480 tapacubos al día trabajando con cinco máquinas en dos turnos de 8 horas.
- a) ¿Cuántos tapacubos producirá cada día, si se añade una máquina más y se aumenta a 10 el número de horas de cada turno?
- b) ¿Cuántas horas debería durar cada turno para cubrir un cupo de 540 piezas al día con seis máquinas en funcionamiento?
42.  Un comerciante del mercadillo abre su puesto, por la mañana, con 350 pares de calcetines y 240 pañuelos. Al cerrar, al mediodía, le quedan 210 pares de calcetines y 174 pañuelos. ¿Qué tanto por ciento ha vendido de cada mercancía?
43.  La masa de un átomo de carbono es el 5 % de la de un átomo de uranio. Si la masa atómica del uranio es  $4 \cdot 10^{-25}$  g, ¿cuál es la del carbono?
44.  La información nutricional de una marca de leche dice que en un litro hay 160 mg de calcio, que es el 20 % de la cantidad diaria recomendada. Calcula la cantidad diaria de calcio que debe tomar una persona.
45.  El 67 % del aceite que vende un supermercado es de oliva; el 21 %, de girasol, y el resto, de soja. Si se han vendido 132 litros de soja, ¿qué cantidad se ha vendido de las otras dos clases?
46.  El litro de gasolina ha subido un 2,5 % al inicio del periodo estival, llegando a 1,56 € el litro. ¿Cuál era el precio de la gasolina antes de la subida?
47.  Una empresa facturó el año pasado 2,8 millones de euros, y este año, 3,5 millones. ¿En qué tanto por ciento ha aumentado la facturación?
48.  Un edificio, presupuestado inicialmente en un millón y medio de euros, costó finalmente dos millones cien mil euros. ¿En qué tanto por ciento el coste real superó al presupuestado?
49.  Pagué 187,20 € por un billete de avión de 240 €. ¿Qué porcentaje de descuento me hicieron?
50.  El kilo de tomates subió un 20 % y después bajó un 25 %. Si costaba 1,80 €, ¿cuál es el precio actual?
51.  Un pantano tiene a finales de agosto un 20 % menos de agua que en julio. Y a finales de julio, un 15 % menos que en junio. ¿Qué tanto por ciento ha descendido en los dos meses?
52.  El número de espectadores de un concurso de televisión que comenzó en octubre aumentó un 23 % en noviembre y disminuyó un 18 % en diciembre. Si al terminar diciembre tuvo 2 202 000 espectadores, ¿cuántos tenía en el mes de octubre?

# Progresiones

1.  Calcula los términos  $a_{10}$  y  $a_{25}$  de las siguientes sucesiones:

a)  $a_n = \frac{n}{2} - 5$


b)  $b_n = \frac{n^2 - 1}{n}$

c)  $c_n = (-1)^n + \frac{1}{2}$

d)  $d_n = \frac{n + n(-1)^n}{2}$

e)  $e_n = n(n - 2)$


f)  $f_n = \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1} \cdot 2^n$

2.  Obtén los cinco primeros términos de las siguientes sucesiones definidas por recurrencia:

a)  $a_1 = 1; a_n = 2a_{n-1} + 3$

b)  $a_1 = 2; a_2 = 3; a_n = a_{n-1} : a_{n-2}$

c)  $a_1 = 2; a_2 = 3; a_n = a_{n-1} \cdot a_{n-2}$

3.  Averigua el criterio con el que se han formado las siguientes sucesiones y escribe tres términos más en cada una de ellas:

a) 11, 9, 7, 5, ...

b)  $\frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{8}, \frac{1}{16}, \dots$

c) 2,5; 2,9; 3,3; 3,7; ...

d)  $1, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \dots$

e) 8, 12, 18, 27, ...

f) 0, 3, 8, 15, ...


4.  Halla el término general de estas sucesiones:

a) 12, 14, 16, 18, ...

b)  $\frac{1}{2}, \frac{2}{3}, \frac{3}{4}, \frac{4}{5}, \dots$

c) 1, 3, 9, 27, ...

d)  $1 \cdot 2; 2 \cdot 3; 3 \cdot 4; 4 \cdot 5; \dots$


5.  Busca una ley de recurrencia para definir las siguientes sucesiones:

a) 8, 10, 2, -8, -10, ...

b) 4, 1, 3, -2, 5, ...

c) 1, 2, 2, 1, 1/2, ...

d) 7, 9, 12, 16, 21, ...


6.  Escribe los cuatro primeros términos, el término general y calcula la suma de los veinte primeros términos en cada una de las siguientes progresiones aritméticas:

a)  $a_1 = 1,5; d = 2$

b)  $a_1 = 32; d = -5$

c)  $a_1 = 5; d = 0,5$

d)  $a_1 = -3; d = -4$


7.  Halla el término general y calcula la suma de los quince primeros términos en cada una de las siguientes progresiones:


a) 25, 18, 11, 4, ...

b) -13, -11, -9, -7, ...

c) 1,4; 1,9; 2,4; 2,9; ...

d)  $\frac{3}{4}, \frac{1}{2}, \frac{1}{4}, 0, \dots$

14.  Determina la diferencia de una progresión aritmética en la que  $a_1 = 5$  y  $a_7 = 32$ .


15.  Halla el primer término y el término general de las siguientes progresiones aritméticas:

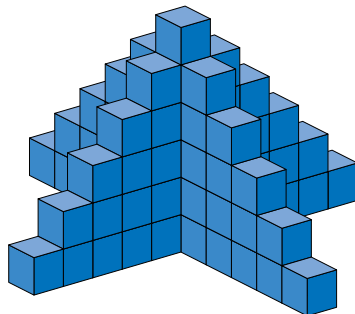
a)  $d = 5$ ;  $a_8 = 37$


b)  $a_{11} = 17$ ;  $d = 2$


c)  $a_2 = 18$ ;  $a_7 = -17$


d)  $a_4 = 15$ ;  $a_{12} = 39$


19.  Calcula el número de bloques necesarios para construir una torre como la de la figura, pero de 50 pisos.




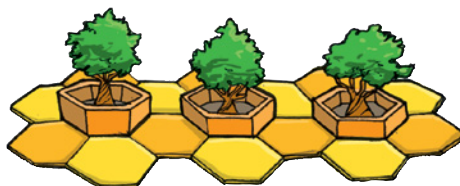
20.  Para preparar una carrera, un deportista comienza corriendo 3 km y aumenta 1,5 km su recorrido cada día. ¿Cuántos días tiene que entrenar para llegar a hacer 15 km? ¿Cuántos kilómetros recorrerá en total los días que dure el entrenamiento?

21.  La dosis de un medicamento es 100 mg el primer día y 5 mg menos cada uno de los siguientes. El tratamiento dura 12 días. ¿Cuántos miligramos tiene que tomar el enfermo durante todo el tratamiento?

22.  Una bola que rueda por un plano inclinado recorre 1 m durante el primer segundo, 4 m durante el segundo, 7 m durante el tercero, y así durante 10 segundos. ¿Qué distancia ha recorrido en total?

28.  Las edades de 4 hermanos están en progresión aritmética y suman 34 años. El mayor tiene 13 años. ¿Cuál es la edad de cada uno?

30.  Para adornar un paseo se colocan a lo largo de su línea central una fila de jardineras hexagonales, rodeadas de baldosas de la misma forma, como muestra la figura. ¿Cuántas baldosas se necesitarán para poner 25 jardineras?





# El lenguaje algebraico

1.  Expresa en lenguaje algebraico con una sola incógnita.

- a) El doble de un número más su cuadrado.
- b) El producto de dos números consecutivos.
- c) La mitad de un número aumentado en 3.
- d) Un múltiplo de 3 menos 7.

2.  Utiliza dos incógnitas para expresar en lenguaje algebraico estos enunciados:

- a) Un número más la mitad del cuadrado de otro.
- b) El cuadrado de la diferencia de dos números.
- c) La suma de las edades de un padre y su hijo hace 5 años.

5.  Expresa en lenguaje algebraico utilizando dos incógnitas.

- a) La edad de Andrea, dentro de 7 años, será el doble que la que tenga Lucía.
- b) En una empresa aceitera se han envasado 1 500 litros de aceite en garrafas de 2,5 litros y de 5 litros.
- c) En un test de matemáticas te dan 4 puntos por cada acierto y te restan 1 punto por cada error. Luis obtuvo 60 puntos.
- d) El cubo de la diferencia de dos números es 8.

8.  Efectúa.


- a)  $5x - x^2 + 7x^2 - 9x + 2$
- b)  $2x + 7y - 3x + y - x^2$
- c)  $x^2y^2 - 3x^2y - 5xy^2 + x^2y + xy^2$

9.  Efectúa los siguientes productos de monomios:

- a)  $(6x^2)(-3x)$
- b)  $(2xy^2)(4x^2y)$
- c)  $\left(\frac{3}{4}x^3\right)\left(\frac{1}{2}x^3\right)$
- d)  $\left(\frac{1}{4}xy\right)\left(\frac{3xz}{2}\right)$

10.  Efectúa, reduce y di cuál es el grado del polinomio resultante en cada caso:

- a)  $x(x^2 - 5) - 3x^2(x + 2) - 7(x^2 + 1)$
- b)  $5x^2(-3x + 1) - x(2x - 3x^2) - 2 \cdot 3x$


11.  Considera estos polinomios:

$$A = 3x^3 - 5x^2 + x - 1$$

$$B = 2x^4 + x^3 - 2x + 4$$

$$C = -x^3 + 3x^2 - 7x$$

Halla:  $A + B$ ;  $A - C$ ;  $A - B + C$

13.  Opera y simplifica.

- a)  $(2x^2 + 3)(x - 1) - x(x - 2)$
- b)  $(x^2 - 5x + 3)(x^2 - x) - x(x^3 - 3)$
- c)  $\left(\frac{1}{2}x^2 + \frac{5}{3}x + \frac{1}{6}\right)(6x - 12)$

**16.**  Desarrolla estas expresiones:

a)  $(x + 6)^2$


b)  $(7 - x)^2$

c)  $(3x - 2)^2$

d)  $\left(x + \frac{1}{2}\right)^2$

e)  $(x - 2y)^2$

f)  $\left(\frac{2}{5}x - \frac{1}{3}y\right)^2$

**17.**  Expresa como diferencia de cuadrados.

a)  $(x + 7)(x - 7)$

b)  $(3 + x)(3 - x)$

c)  $(3 + 4x)(3 - 4x)$

d)  $(x^2 + 1)(x^2 - 1)$

e)  $\left(\frac{1}{2}x - 1\right)\left(\frac{1}{2}x + 1\right)$

f)  $\left(1 + \frac{1}{x}\right)\left(1 - \frac{1}{x}\right)$

**19.**  Extrae factor común.

a)  $12x^3 - 8x^2 - 4x$

b)  $-3x^3 + x - x^2$

c)  $2xy^2 - 4x^2y + x^2y^2$

d)  $\frac{2}{3}x^2 + \frac{1}{3}x^3 - \frac{5}{3}x$

**20.**  Expresa como cuadrado de una suma o de una diferencia, como en el ejemplo.

•  $x^2 + 25 + 10x = x^2 + 5^2 + 2 \cdot 5x = (x + 5)^2$

a)  $x^2 + 49 - 14x$

b)  $x^2 + 1 - 2x$

c)  $4x^2 + 1 + 4x$

d)  $x^2 + 12x + 36$


**21.**  Transforma en producto.

a)  $4x^2 - 49$

b)  $x^2 - 18x + 81$

c)  $9x^2 + 12x + 4$

d)  $121 - 100x^2$

**25.**  Calcula el cociente y el resto de las divisiones siguientes:


a)  $(x^2 - 5x + 6) : (x - 2)$

b)  $(x^3 - 3x^2 + 5) : (x + 1)$

c)  $(2x^3 - 4x + 7) : (x - 1)$

d)  $(x^3 - 4x^2 - 7x + 10) : (x + 2)$

e)  $(-x^2 + 3x - 7) : (x - 3)$


**26.**  Halla el cociente y el resto de las siguientes divisiones:

a)  $(x^3 + 2x^2 + 1) : (x^2 + 1)$

b)  $(2x^3 - x^2 - x + 1) : (x^2 - 1)$

c)  $(x^3 - 3x^2 + 2x - 2) : (x^2 + x - 1)$


d)  $(x^4 - 5x^3 + 2x) : (x^2 - 2x + 1)$

**40.**  La mitad de un número es 20 unidades menor que su triple. ¿Cuál de estas expresiones algebraicas corresponde a ese enunciado?

a)  $\frac{x - 20}{2} = 3x$

b)  $\frac{x}{2} - 20 = 3x$

c)  $\frac{x}{2} + 20 = 3x$

**41.**  He pagado 9 € por un refresco, un bocadillo y un bollo. El bocadillo cuesta el triple que el refresco, y este, el doble que el bollo. Si el precio del bollo es  $x$ , expresa algebraicamente este enunciado.

# Ecuaciones


4.  Resuelve las siguientes ecuaciones y comprueba la solución de cada una:

a)  $3x - 2(x + 3) = x - 3(x + 1)$

b)  $4 + x - 4(1 - x) + 5(2 + x) = 0$

c)  $2x + 7 - 2(x - 1) = 3(x + 3)$

d)  $4(2x - 7) - 3(3x + 1) = 2 - (7 - x)$


6.  Resuelve y comprueba la solución de cada una de las siguientes ecuaciones:

a)  $\frac{x+2}{2} - \frac{x+3}{3} = -\frac{x-4}{4} + \frac{x-5}{5}$

b)  $\frac{3x+2}{5} - \frac{4x-1}{10} + \frac{5x-2}{8} = \frac{x+1}{4}$

c)  $\frac{x+5}{5} - \frac{x+5}{24} = \frac{x+6}{10} + \frac{x+4}{60}$

d)  $2x - \frac{1}{2}(1 + 3x) - \frac{3}{5}(x - 2) = \frac{1}{4}(3 - x)$

7.  Comprueba que las siguientes ecuaciones son de primer grado y halla sus soluciones:

a)  $(4x - 3)(4x + 3) - 4(3 - 2x)^2 = 3x$

b)  $2x(x + 3) + (3 - x)^2 = 3x(x + 1)$

c)  $\frac{x(x+1)}{2} - \frac{(2x-1)^2}{8} = \frac{3x+1}{4} - \frac{1}{8}$


10.  Resuelve.

a)  $\frac{2}{3}(x - 3) + \frac{1}{5}(x - 5) = \frac{3}{5}\left(x + \frac{2}{3}\right) + \frac{4x}{15}$

b)  $2x - \frac{1}{2}(1 + 3x) = \frac{3}{5}(x - 2) + \frac{1}{4}(3 - x)$

c)  $\frac{4}{3}(2 - x) - \frac{3}{4}(2x - 1) = 4x - 7\left(x - \frac{1}{2}\right) - \frac{3}{4}$

d)  $x(8x - 1) - (3x - 4)^2 = x(7 - x) - 2(x - 4)$

11.  Resuelve las siguientes ecuaciones de segundo grado sin utilizar la fórmula de resolución:

a)  $3x^2 - 12x = 0$

b)  $x - 3x^2 = 0$

c)  $2x^2 - 5x = 0$

d)  $2x^2 - 8 = 0$

e)  $9x^2 - 25 = 0$

f)  $4x^2 + 100 = 0$

g)  $16x^2 = 100$

h)  $3x^2 - 6 = 0$

12.  Resuelve.

a)  $x^2 + 4x - 21 = 0$

b)  $x^2 + 9x + 20 = 0$

c)  $9x^2 - 12x + 4 = 0$

d)  $x^2 + x + 3 = 0$

e)  $4x^2 + 28x + 49 = 0$

f)  $x^2 - 2x + 3 = 0$

g)  $4x^2 - 20x + 25 = 0$

h)  $-2x^2 + 3x + 2 = 0$


14.  Opera y resuelve.


a)  $(x - 2)(3x + 2) = (x - 4)(2x + 1)$
















b)  $(x - 1)^2 + (1 - x)(x + 2) = 0$

c)  $(x + 1)^2 = (x + 1)(2x - 3)$


d)  $5(x + 2)^2 - (7x + 3)(x + 2) = 0$

19.  La suma de tres números naturales consecutivos es igual al quintuple del menor menos 11. ¿Cuáles son esos números?

20.  Calcula un número tal que sumándole su mitad se obtiene lo mismo que restando 6 a los  $\frac{9}{5}$  de ese número.

22.  He pagado 14,30 € por un bolígrafo, un cuaderno y una carpeta. Si el precio de la carpeta es 5 veces el del cuaderno y este cuesta el doble que el bolígrafo, ¿cuál es el precio de cada artículo?
23.  Calcula la altura de un árbol que es un metro más corto que un poste que mide el doble que el árbol.
24.  El precio de unos zapatos ha subido un 15 % en diciembre y ha bajado un 20 enero. De esta forma, el precio inicial ha disminuido en 6,96 €. ¿Cuál era el precio inicial?
25.  Con 3,50 € más del dinero que tengo, podría comprar la camiseta de mi equipo. Si tuviera el doble, me sobrarían 7,25 €. ¿Cuánto dinero tengo?
26.  Si al cuadrado de un número le restamos su triple obtenemos 130. ¿Cuál es el número?
30.  Un padre de 43 años tiene dos hijos de 9 y 11 años. ¿Cuántos años han de transcurrir para que entre los dos hijos igualen la edad del padre?
31.  Estamos haciendo bocadillos de chorizo para llevar de excursión. Si ponemos 4 rodajas en cada uno, sobran 12, y si ponemos 5, nos faltan 8. ¿Cuántos bocadillos queremos preparar?
32.  En una fiesta celebrada en un restaurante gallego se sirvieron cigalas (un plato para cada dos personas), almejas (un plato para cada tres) y percebes (un plato para cada cuatro). Si en total se sirvieron 65 platos, ¿cuántas personas había?
33.  ¿Cuántos litros de aceite de orujo de 1,60 €/l tenemos que añadir a 60 l de aceite de oliva de 2,80 €/l para obtener una mezcla de 2,50 €/l?
34.  Al mezclar 30 kg de pintura con 50 kg de otra de calidad inferior, obtenemos una mezcla a 3,30 €/kg. Si el precio de la barata es la mitad que el de la otra, ¿cuál es el precio de cada pintura?
36.  Un centro escolar contrató un autobús para una salida al campo. Con todas las plazas ocupadas, el precio del billete es de 12 €; pero quedaron 4 plazas libres, por lo que el viaje costó 13,5 €. ¿Cuántas plazas tiene el autobús?
38.  Si un número aumenta en un 10 %, resulta 42 unidades mayor que si disminuye en un 5 %. ¿Cuál es ese número?
40.  Dos ciudades, A y B, distan 250 km. Un camión sale de A hacia B a 90 km/h. A la misma hora sale de B hacia A un coche que tarda una hora y cuarto en encontrarse con el camión. ¿Qué velocidad lleva el coche?
41.  Un ciclista que va a 21 km/h tarda tres cuartos de hora en alcanzar a otro que le lleva una ventaja de 2,25 km. ¿Qué velocidad lleva el que va delante?
42.  Ana sale en su coche a 80 km/h. Se para 15 min para echar gasolina y después conduce un buen rato a 100 km/h. Cuando llega a su destino, comprueba que hizo 250 km en 3 horas, contando la parada. ¿Cuánto tiempo condujo a 80 km/h?

# Sistemas de ecuaciones


1.  Resuelve gráficamente los siguientes sistemas de ecuaciones:

a) 
$$\begin{cases} 3x - y = 1 \\ x + 2y = 5 \end{cases}$$

b) 
$$\begin{cases} 3x - y = 0 \\ 3x + y = -6 \end{cases}$$

c) 
$$\begin{cases} x + 3y = -5 \\ 2x - y = 4 \end{cases}$$

d) 
$$\begin{cases} 2x - 3y = -4 \\ x + 8y = -2 \end{cases}$$


2.  Resuelve por sustitución.

a) 
$$\begin{cases} x + 3y = 0 \\ 2x + y = -5 \end{cases}$$

b) 
$$\begin{cases} 8x - 3y = -25 \\ x - 5y = -17 \end{cases}$$

c) 
$$\begin{cases} 7x - y = -6 \\ 4x + 3y = 3 \end{cases}$$

d) 
$$\begin{cases} 2x + 16 = 2y \\ 2y - 3x = 16 \end{cases}$$

3.  Resuelve por igualación.

a) 
$$\begin{cases} x = 4 \\ x - y = 6 \end{cases}$$

b) 
$$\begin{cases} x + 3y = -4 \\ x - 2y = 6 \end{cases}$$

c) 
$$\begin{cases} y = 6x \\ 7x = 2y - 5 \end{cases}$$

d) 
$$\begin{cases} 3x - 4y = -4 \\ 2x + y = -1 \end{cases}$$

4.  Resuelve por reducción.

a) 
$$\begin{cases} 4x - 3y = 2 \\ 2x + y = -4 \end{cases}$$

b) 
$$\begin{cases} x + 2y = 1 \\ 3x - y = 7 \end{cases}$$

c) 
$$\begin{cases} x - 3y = 1 \\ 3x + 6y = 2 \end{cases}$$

d) 
$$\begin{cases} 3x + 2y = 3 \\ x + y = 7/6 \end{cases}$$

8.  Resuelve los sistemas siguientes:

a) 
$$\begin{cases} 2x + y = 0 \\ 5x - 3 = 9y - 3 \end{cases}$$


b) 
$$\begin{cases} 2(3x - 2) = y - 1 \\ 3(x + y) + 2(x - y) = 8 \end{cases}$$


c) 
$$\begin{cases} \frac{x}{3} - \frac{y}{2} = 4 \\ \frac{x}{2} + \frac{y}{4} = 2 \end{cases}$$


d) 
$$\begin{cases} x + \frac{y-2}{4} = 1 \\ x - \frac{3}{2}y = 5 \end{cases}$$


e) 
$$\begin{cases} \frac{2-x}{3} + \frac{3+y}{6} = 2 \\ \frac{8-3x}{6} - \frac{2+y}{9} = 2 \end{cases}$$


f) 
$$\begin{cases} \frac{x-1}{2} + \frac{y+1}{4} = 1 \\ \frac{2x-1}{2} - \frac{2y+1}{6} = 1 \end{cases}$$









13.  Una cooperativa ha envasado 2000 l de aceite en botellas de 1,5 l y de 2 l. Sabemos que han utilizado 1100 botellas en total. ¿Cuántas se han necesitado de cada clase?

14.  Una botella llena de leche pesa 1220 g. Cuando está por la mitad, pesa 854 g. ¿Cuánto pesa la botella vacía?

16.  Un examen tipo test consta de 50 preguntas y hay que contestar a todas. Por cada acierto se obtiene un punto y por cada fallo se restan 0,5 puntos. Si mi nota ha sido 24,5, ¿cuántos aciertos y cuántos fallos he tenido?

18.  Los estudiantes de un centro escolar son 420 entre ESO y Bachillerato. El 42% de los alumnos de ESO y el 52% de Bachillerato son chicas, lo que supone un total de 196 mujeres. Calcula cuántos estudiantes hay en ESO y cuántos en Bachillerato.

19.  He pagado 55,72 € por una camiseta y un pantalón que costaban 70 € entre los dos. La camiseta tenía un 18% de descuento, y el pantalón, un 22%. ¿Cuál era el precio original de cada artículo?

- 23.**  La suma de las edades de una madre y de su hijo son 56 años. Hace 10 años, la edad de la madre era el quintuple de la edad que tenía el hijo. ¿Cuál es la edad actual de cada uno?
- 24.**  La edad de Carmen es el triple de la de su hija Maite. Pero dentro de 15 años será el doble de la que entonces tenga su hija. ¿Cuál es la edad de cada una?
- 25.**  Entre dos autobuses viajan 120 personas. Si del que lleva más pasajeros se trasladan los  $\frac{2}{5}$  al otro, los dos llevarán el mismo número de personas. ¿Cuántos viajeros llevaba cada autobús?
- 27.**  Por un pantalón y unos zapatos, he pagado 126 €. Si el precio del pantalón aumentara en un 14 %, entonces sería el 75 % del precio de los zapatos. ¿Cuánto pagué por cada uno?
- 28.**  Si te doy 4 de los libros que tengo, entonces tú tendrás el doble que yo. Si tú me das 6 de los tuyos, entonces seré yo el que tenga el doble que tú. ¿Cuántos libros tenemos cada uno?
- 30.**  Un autobús sale de A a 90 km/h. Cuando ha recorrido 25 km, sale de A un coche a 110 km/h que quiere alcanzar al autobús. ¿Cuánto tiempo tarda en hacerlo y qué distancia recorre hasta conseguirlo?
- 31.**  Un tren regional sale de una estación a una velocidad de 85 km/h. Media hora más tarde sale otro más rápido en la misma dirección a 110 km/h. Calcula el tiempo que tardará en alcanzarlo y la distancia recorrida hasta lograrlo.
- 32.**  Dos ciudades, A y B, distan 234 km. De A sale un autobús en dirección a B y simultáneamente sale de B un tren en dirección a A. Tardan en cruzarse 1 hora y 30 minutos. ¿Cuál es la velocidad de cada uno sabiendo que la del autobús supera a la del tren en 5 km/h?