

Página 49

REFLEXIONA Y RESUELVE

Aumentos porcentuales

- ¿En cuánto se transforman 250 € si aumentan el 12%?

$$250 \cdot 1,12 = 280 \text{ €}$$

- Calcula en cuánto se transforma un capital C si sufre un aumento del:

- a) 10% b) 20% c) 6% d) 6,5% e) 1% f) 0,3%
- a) 1,10 C ; b) 1,20 C ; c) 1,06 C
 d) 1,065 C ; e) 1,01 C ; f) 1,003 C

Disminuciones porcentuales

- ¿En cuánto se transforman 250 € si disminuyen el 12%?

$$250 \cdot 0,88 = 220 \text{ €}$$

- Calcula en cuánto se transforma un capital C si sufre una disminución del:

- a) 10% b) 20% c) 50% d) 6% e) 6,5% f) 0,8%
- a) 0,90 C ; b) 0,80 C ; c) 0,50 C
 d) 0,94 C ; e) 0,935 C ; f) 0,992 C

Índice de variación

- Di cuál es la variación porcentual que corresponde a cada una de las siguientes transformaciones:

- a) $C \rightarrow 1,15 C$ b) $C \rightarrow 1,2 C$ c) $C \rightarrow 1,042 C$
 d) $C \rightarrow 0,85 C$ e) $C \rightarrow 0,8 C$ f) $C \rightarrow 0,958 C$
- a) Aumento del 15%. b) Aumento del 20%. c) Aumento del 4,2%.
 d) Disminución del 15%. e) Disminución del 20%. f) Disminución del 4,2%.

■ Di cuál es la variación porcentual que corresponde a cada una de las siguientes transformaciones:

a) 8 000 € → 9 360 €

b) 12 560 € → 11 932 €

c) 12 000 personas → 10 320 personas

d) 23 500 personas → 31 725 personas

a) Ha aumentado un 17%.

b) Ha disminuido un 5%.

c) Ha disminuido un 14%.

d) Ha aumentado un 35%.

Página 50

1. Una raqueta de tenis valía, al comienzo de temporada, 28 euros. A lo largo del año sufrió las siguientes variaciones: subió un 20%, bajó un 25%, subió un 5%, bajó un 12%.

a) ¿Cuánto vale al final de temporada?

b) ¿Cuál ha sido su índice de variación total?

c) ¿Qué porcentaje ha de subir para volver a costar 28 €?

$$\text{Precio final} = 28 \cdot 1,2 \cdot 0,75 \cdot 1,05 \cdot 0,88 = 23,28 \text{ €}$$

$$\text{Índice de variación} = 1,2 \cdot 0,75 \cdot 1,05 \cdot 0,88 = 0,8316 \text{ (baja el precio un } 16,84\%)$$

Como el precio final es de 23,28 €, hasta llegar a los 28 € debe subir:

$$28 - 23,28 = 4,72 \text{ €} \rightarrow \frac{4,72}{23,28} \cdot 100 = 20,27\%$$

Página 51

2. Después de subir un 20%, un artículo vale 45,60 euros.

¿Cuánto valía antes de la subida?

$$1,2x = 45,60 \rightarrow x = 38 \text{ €}$$

3. Después de rebajarse en un 35%, un artículo vale 81,90 euros.

¿Cuánto valía antes de la rebaja?

$$0,65x = 81,90 \rightarrow x = 126 \text{ €}$$

Página 53

- 1. ¿En cuánto se transforma un capital de 50 000 €, colocado al 12% anual, en 1, 2, 3, 4 y 5 años?**

En 1 año se transforma en $50\,000 \cdot 1,12 = 56\,000$ €.

En 2 años se transforma en $50\,000 \cdot 1,12^2 = 62\,720$ €.

En 3 años se transforma en $50\,000 \cdot 1,12^3 = 70\,246,40$ €.

En 4 años se transforma en $50\,000 \cdot 1,12^4 = 78\,675,97$ €.

En 5 años se transforma en $50\,000 \cdot 1,12^5 = 88\,117,08$ €.

- 2. ¿Cuántos años se necesitan para que se dupliquen 50 000 € colocados al 12% anual?**

Hacen falta 7 años para que se duplique, ya que $50\,000 \cdot 1,12^7 > 100\,000$.

Página 54

- 3. Averigua en cuánto se transforma un capital de 100 000 € al 6% anual durante 4 años si los periodos de capitalización son: a) años, b) meses, c) días, d) trimestres.**

a) $100\,000 \cdot 1,06^4 = 126\,247,70$ €

b) $100\,000 \cdot 1,005^{48} = 127\,048,92$ €

c) $100\,000 \cdot \left(1 + \frac{6}{36\,500}\right)^{1460} = 127\,122,41$ €

d) $100\,000 \cdot 1,015^{16} = 126\,898,55$ €

Página 55

- 1. Un banco nos concede un préstamo de 10 000 € al 12% anual. En el momento de la formalización nos cobra unos gastos de 500 €. Realizamos un solo pago al cabo de un año, tomando periodos de capitalización mensuales.**

¿Cuál es la T.A.E.? (Ten en cuenta que nos dieron 9 500 € y que hemos de devolver $10\,000 \cdot 1,12$). ¿Y si lo tuviéramos que devolver, íntegro, a los dos años?

Nos dieron 9 500 € y hemos de devolver $10\,000$, $1,01^{12} = 11\,268,25$ €.

$$\frac{11\,268,25}{9\,500} = 1,18613\dots \text{ Por tanto, la T.A.E. será del } 18,61\%.$$

Como nos dan 9 500 € y tenemos que devolver $10\,000 \cdot 1,01^{24} = 12\,697,35$, el aumento

en dos años es: $\frac{12\,697,35}{9\,500} = 1,336563$

Llamando x a la T.A.E.: $\left(1 + \frac{x}{100}\right)^2 = 1,336563 \rightarrow 1 + \frac{x}{100} = 1,1561$

En este caso, la T.A.E. es del 15,61%.

Página 57

- 1. Comprueba que podemos amortizar 10 000 € al 10% anual mediante cuatro pagos trimestrales de 2 658,18 € cada uno.**

10% anual = 2,5% trimestral

PAGO TRIMESTRAL	DEUDA ANTES DEL PAGO	INTERESES PENDIENTES	PAGO	CANTIDAD AMORTIZADA	DEUDA PENDIENTE
1	10 000	250	2 658,18	2 408,18	7 591,82
2	7 591,82	189,80	2 658,18	2 468,38	5 123,44
3	5 123,44	128,09	2 658,18	2 530,09	2 593,35
4	2 593,35	64,83	2 658,18	2 593,35	0

- 2. Comprueba que podemos amortizar un préstamo de 500 000 € al 6% anual con 8 pagos mensuales de 63 914,43 €.**

6% anual = 0,5% mensual

PAGO TRIMESTRAL	DEUDA ANTES DEL PAGO	INTERESES PENDIENTES	PAGO	CANTIDAD AMORTIZADA	DEUDA PENDIENTE
1	500 000	2 500	63 914,43	61 414,43	438 585,57
2	438 585,57	2 192,93	63 914,43	61 721,50	376 864,07
3	376 864,07	1 884,32	63 914,43	62 030,11	314 833,96
4	314 833,96	1 574,17	63 914,43	62 340,26	252 493,70
5	252 493,70	1 262,47	63 914,43	62 651,96	189 841,74
6	189 841,74	949,21	63 914,43	62 965,22	126 876,52
7	126 876,52	634,38	63 914,43	63 280,05	63 596,47
8	63 596,47	317,98	63 914,43	63 596,45	0,02

Página 58

- 1. Depositamos 100 000 euros el día 1 de enero en un banco al 8% anual. ¿Qué valor tienen al final de cada trimestre del año? Estas cantidades están en progresión geométrica. ¿Cuál es la razón?**

8% anual = 2% trimestral

Al final del primer trimestre valen $100\,000 \cdot 1,02 = 102\,000$ €.

Al final del segundo trimestre valen $100\,000 \cdot 1,02^2 = 104\,040$ €.

Al final del tercer trimestre valen $100\,000 \cdot 1,02^3 = 106\,120,80$ €.

Al final del cuarto trimestre valen $100\,000 \cdot 1,02^4 = 108\,243,22$ €.

La razón es $r = 1,02$

- 2. Depositamos un cierto dinero al comienzo de un año, en un banco, al 6% anual. Cada mes esa cantidad aumenta en progresión geométrica. ¿Cuál es la razón?**

6% anual = 0,5% mensual

La razón es $r = 1,005$.

Página 59

- 3. Al comienzo de cada año depositamos 6 000 euros en un banco al 7% anual. ¿Cuánto dinero recogeremos al finalizar el 10.º año?**

Por el primer ingreso acumulamos $6\,000 \cdot 1,07^{10}$.

Por el segundo ingreso acumulamos $6\,000 \cdot 1,07^9$.

... ..

Por el décimo ingreso acumulamos $6\,000 \cdot 1,07$.

En total, tendremos $S_{10} = \frac{6\,000 \cdot 1,07^{11} - 6\,000 \cdot 1,07}{1,07 - 1} = 88\,701,60 \text{ €}$.

- 4. Al comienzo de cada mes depositamos 100 € en un banco al 6% anual. ¿Cuánto recogeremos al final del 2.º año?**

Por el primer ingreso acumulamos $100 \cdot 1,005^{24}$.

Por el segundo ingreso acumulamos $100 \cdot 1,005^{23}$.

... ..

Por el vigesimocuarto ingreso acumulamos $100 \cdot 1,005$.

En total, tendremos $S_{24} = \frac{100 \cdot 1,005^{25} - 100 \cdot 1,005}{1,005 - 1} = 2\,555,91 \text{ €}$.

Página 62

- 1. Averigua la mensualidad que hay que pagar para amortizar en 3 años (36 pagos) una deuda de 24 000 euros al 9% anual.**

$$i = \frac{9}{1\,200} = 0,0075 \quad m = 24\,000 \cdot \frac{1,0075^{36} \cdot 0,0075}{1,0075^{36} - 1} = 763,19 \text{ €}$$

- 2. ¿Cuánto hay que pagar cada trimestre para amortizar en 3 años (12 pagos) una deuda de 24 000 € al 9% anual?**

$$i = \frac{9}{400} = 0,0225$$

Así, cada trimestre tendremos que pagar: $24\,000 \cdot \frac{1,0225^{12} \cdot 0,0225}{1,0225^{12} - 1} = 2\,304,42 \text{ €}$

EJERCICIOS Y PROBLEMAS PROPUESTOS

PARA PRACTICAR

Porcentajes

- 1** Una entrada de un cine costaba el año pasado 5,50 € y este año, 6,25 €.

¿Cuál ha sido el índice de variación? ¿Y el porcentaje de subida?

$$\text{Índice de variación} = \frac{6,25}{5,50} = 1,13\overline{6}$$

$$\text{Porcentaje de subida} = 13,64\%$$

- 2** Averigua el índice de variación del precio de un televisor que costaba 450 €, después de subirlo un 15% y rebajarlo en un 25%.

¿Cuál es el precio actual?

$$\text{Índice de variación} = 1,15 \cdot 0,75 = 0,8625$$

$$\text{Precio actual} = 450 \cdot 0,8625 = 388,13 \text{ €}$$

- 3** La cantidad de agua de un embalse ha disminuido en un 35% respecto a lo que había el mes pasado. Ahora contiene 74,25 millones de litros.

¿Cuántos litros tenía el mes pasado?

$$0,65x = 74,25 \rightarrow x = 114,23 \text{ millones de litros.}$$

- 4** Si el precio de un artículo ha pasado de 35 € a 100 € en unos años, ¿cuál es el índice de variación?

¿Cuál ha sido el aumento expresado en porcentajes?

$$\text{Índice de variación} = \frac{100}{35} = 2,8571. \text{ Ha aumentado un } 185,71\%.$$

Intereses

- 5** Un banco paga el 10% de interés anual. ¿Cuánto te darán al cabo de un año si depositas 18 500 €?

¿Y si lo dejas durante 5 años?

Al cabo de un año nos darán 1850 € de intereses; es decir, tendremos 20 350 €.

Al cabo de cinco años tendremos $18\,500 \cdot 1,1^5 = 29\,794,44$ €; es decir, 11 294,44 € de intereses.

- 6** ¿En cuánto se transforma un capital de 3 500 € depositados durante tres meses al 8,5% anual?

¿Y si se mantiene 5 años con periodos de capitalización trimestrales?

En tres meses:

$$8,5\% \text{ anual} \rightarrow \frac{8,5}{4} = 2,125 \text{ trimestral}$$

$$3\,500 \cdot 1,02125 = 3\,574,38 \text{ €}$$

En cinco años: (20 trimestres)

$$3\,500 \cdot 1,02125^{20} = 5\,329,78 \text{ €}$$

- 7** Un capital colocado al 15% anual durante cuatro años se ha convertido en 5 596,82 €.

¿A cuánto ascendía ese capital?

$$C \cdot (1,15)^4 = 5\,596,82 \rightarrow C = 3\,200 \text{ €}$$

- 8** ¿Cuántos años tiene que estar depositado un capital de 15 000 €, al 4,7% anual, para convertirse en 18 000 €?

$$18\,000 = 15\,000 \cdot \left(1 + \frac{4,7}{100}\right)^n \rightarrow n \approx 4$$

Debe permanecer 4 años.

- 9** Calcula el tanto por ciento anual al que se han de colocar 600 € para que en dos años se conviertan en 699,84 €.

$$600 \cdot \left(1 + \frac{r}{100}\right)^2 = 699,84 \rightarrow r = 8\%$$

- 10** Depositamos 32 500 € en un banco durante un año y medio y se convierten en 32 720 €.

¿Qué tanto por ciento mensual nos da el banco?

$$32\,720 = 32\,500 \cdot \left(1 + \frac{r}{100}\right)^{18} \rightarrow r = 0,037\% \text{ mensual}$$

Amortización de préstamos

- 11** Un comerciante pide un préstamo de 5 000 euros para devolver en un solo pago a los tres meses.

¿A cuánto debe ascender ese pago si el precio del dinero está al 12% anual?

12% anual es un 3% trimestral. El pago será de:

$$5\,000 \cdot 1,03 = 5\,150 \text{ €}$$

- 12** Recibimos un préstamo de 8 500 € al 15% anual, que hemos de devolver en un solo pago. ¿Cuántos años han transcurrido si al liquidarlo pagamos 14 866,55 €?

$$8\,500 \cdot (1,15)^t = 14\,866,55 \rightarrow t = 4 \text{ años}$$

- 13** Hemos de amortizar 50 000 € en 5 años, con un interés del 15%, de modo que cada año se paguen los intereses del capital pendiente más la quinta parte del capital total. Calcula lo que hay que pagar cada año.

	CAPITAL PENDIENTE	PAGO DE INTERESES	+	PAGO DE CAPITAL	=	PAGO ANUAL	DEUDA PENDIENTE
1.º año	50 000	$50\,000 \cdot 0,15$	+	10 000	=	17 500	40 000
2.º año	40 000	$40\,000 \cdot 0,15$	+	10 000	=	16 000	30 000
3.º año	30 000	$30\,000 \cdot 0,15$	+	10 000	=	14 500	20 000
4.º año	20 000	$20\,000 \cdot 0,15$	+	10 000	=	13 000	10 000
5.º año	10 000	$10\,000 \cdot 0,15$	+	10 000	=	11 500	0

- 14** Calcula el importe de la anualidad con la que se amortiza un préstamo de 50 000 € en 5 años al 15%. ¿Y si se paga en mensualidades?

$$\text{Anualidad} = a = 50\,000 \cdot \frac{1,15^5 \cdot 0,15}{1,15^5 - 1} = 14\,915,78 \text{ €}$$

$$\text{Mensualidad} = m = 50\,000 \cdot \frac{1,0125^{60} \cdot 0,0125}{1,0125^{60} - 1} = 1\,189,50 \text{ €}$$

PARA RESOLVER

- 15** En un examen de francés han aprobado el 60% de los estudiantes. En la recuperación de los suspendidos, aprueban el 30%. En total son 18 los aprobados. ¿Cuál es el porcentaje de aprobados? ¿Cuántos estudiantes son?

• Ten en cuenta que solo el 40% se presenta a la recuperación. Suma los porcentajes de los que aprueban.

$$\text{Porcentaje de aprobados} = 60\% + 0,3 \cdot 40\% = 72\%$$

$$0,72x = 18 \rightarrow x = 25 \text{ estudiantes hay en total.}$$

- 16** En un centro escolar, por cada 5 alumnos que aprueban todas las asignaturas hay 4 que suspenden alguna. ¿Qué fracción y qué porcentaje del total supone cada uno de los dos tipos?

$$\text{Aprueban todas } \frac{5}{9} \text{ del total, un } 55,56\%.$$

$$\text{Suspenden alguna } \frac{4}{9} \text{ del total, un } 44,44\%.$$

- 17** Calcula en cuánto se transforman 5 000 euros en un año al 10% si los periodos de capitalización son: a) semestres; b) trimestres; c) meses. Di, en cada caso, cuál es la T.A.E. correspondiente.

☛ a) 10% anual \rightarrow 5% durante 2 semestres \rightarrow T.A.E.: $(1 + 5/100)^2 \rightarrow 10,25\%$.

a) 10% anual = 5% semestral

$$5\,000 \cdot 1,05^2 = 5\,000 \cdot 1,1025 = 5\,512,50 \text{ €} \rightarrow \text{T.A.E. del } 10,25\%$$

b) 10% anual = 2,5% trimestral

$$5\,000 \cdot 1,025^4 = 5\,000 \cdot 1,1038 = 5\,519,06 \text{ €} \rightarrow \text{T.A.E. del } 10,38\%$$

c) 10% anual = $\frac{10}{12}$ % mensual = $\frac{5}{6}$ % mensual

$$5\,000 \cdot \left(1 + \frac{5}{600}\right)^{12} = 5\,000 \cdot (1,008\bar{3})^{12} = 5\,000 \cdot 1,1047 = 5\,523,57 \text{ €} \rightarrow$$

\rightarrow T.A.E. del 10,47%

- 18** Si el precio del alquiler de un apartamento sube un 10% cada año, ¿cuántos años tardaría en duplicarse?

$$1,1^x = 2 \rightarrow x \approx 8 \text{ años.}$$

Página 67

- 19** Un banco paga el 2% trimestral. ¿Cuántos años tienen que estar depositados 2 000 euros para convertirse en 2 536,48 €?

$$2\,000 \cdot (1,02)^t = 2\,536,48 \rightarrow t = 12 \text{ trimestres} = 3 \text{ años}$$

- 20** Calcula la T.A.E. para un rédito anual del 10% con pagos mensuales de intereses.

$$10\% \text{ anual} = \frac{10}{12} \% \text{ mensual}$$

Un capital C se transforma en un año en $C \cdot \left(1 + \frac{10}{1200}\right)^{12}$

Es decir, $C \cdot 1,1047$.

Por tanto, la T.A.E. será del 10,47%.

- 21** Compramos un electrodoméstico de 750 € y lo pagamos en 24 plazos mensuales con un interés del 13%. ¿Cuál será la cuota mensual?

$$m = 750 \cdot \frac{\left(1 + \frac{13}{1200}\right)^{24} \cdot \frac{13}{1200}}{\left(1 + \frac{13}{1200}\right)^{24} - 1} = 35,66 \text{ €}$$

- 22** Una persona paga un coche en sesenta mensualidades de 333,67 €. Si el precio del dinero está al 12% anual, ¿cuál sería el precio del coche si se pagara al contado?

• *Conocemos m y hay que calcular C . Sustituye los datos en la fórmula y despeja C .*

$$C = \frac{1,01^{60} - 1}{1,01^{60} \cdot 0,01} \cdot 333,67 \approx 15\,000 \text{ €}$$

- 23** Un ahorrador mete todos los años en la misma fecha 1 500 € en una cuenta que le produce el 6% anual. ¿Qué cantidad habrá acumulado al cabo de 3 años?

$$C = 1\,500 \cdot 1,06 \cdot \frac{1,06^3 - 1}{0,06} = 5\,061,92 \text{ €}$$

- 24** Un banco nos concede un préstamo al 6%, que hemos de amortizar en 7 anualidades de 14 330,80 € cada una. ¿Cuánto dinero nos prestó?

$$a = C \cdot \frac{(1+i)^n \cdot i}{(1+i)^n - 1} \rightarrow C = a \cdot \frac{(1+i)^n - 1}{(1+i)^n \cdot i}$$

$$C = 14\,330,80 \cdot \frac{1,06^7 - 1}{1,06^7 \cdot 0,06} = 80\,000 \text{ €}$$

- 25** He recibido un préstamo de una financiera por el que tengo que pagar 10 anualidades de 1 413,19 €. ¿Cuál es la cantidad prestada si el rédito es el 10,5%?

$$C = 1\,413,19 \cdot \frac{1,105^{10} - 1}{1,105^{10} \cdot 0,105} = 8\,500 \text{ €}$$

- 26** Comprueba que si pagamos al final de cada año una anualidad de 2 500 € durante 8 años, al 5%, hemos pagado en total 23 872,77 €.

$$1.^{\text{a}} \text{ anualidad: } 2\,500 \text{ en } 7 \text{ años} \rightarrow 2\,500 \cdot 1,05^7$$

$$2.^{\text{a}} \text{ anualidad: } 2\,500 \text{ en } 6 \text{ años} \rightarrow 2\,500 \cdot 1,05^6$$

... ..

$$7.^{\text{a}} \text{ anualidad: } 2\,500 \text{ en } 1 \text{ año} \rightarrow 2\,500 \cdot 1,05$$

$$8.^{\text{a}} \text{ anualidad: } 2\,500 \rightarrow 2\,500$$

En total:

$$S = 2\,500 [1 + 1,05 + \dots + 1,05^6 + 1,05^7] = 2\,500 \cdot \frac{1,05^8 - 1}{1,05 - 1} = 23\,872,77 \text{ €}$$

- 27** Un trabajador ahorra 5 000 € anuales que ingresa en el banco al principio de cada año. Si el banco le da un 9,5% de interés, ¿qué cantidad tendrá al cabo de 10 años?

$$5\,000 \cdot 1,095 \cdot \frac{1,095^{10} - 1}{0,095} = 85\,192,59 \text{ €}$$

- 28** Ingreso en un banco 3 500 € al principio de cada año al 8% durante 5 años. ¿Cuánto dinero tendré al final del 5.º año?

1.º año → 3 500 en 5 años se convierte en $3\,500 \cdot 1,08^5$

2.º año → 3 500 en 4 años se convierte en $3\,500 \cdot 1,08^4$

... ..

5.º año → 3 500 en 1 año se convierte en $3\,500 \cdot 1,08$

En total, al final del 5.º año, tendremos:

$$S = 3\,500 [1,08 + 1,08^2 + \dots + 1,08^5] = 3\,500 \cdot \frac{1,08^6 - 1,08}{1,08 - 1} = 22\,175,75 \text{ €}$$

PARA PROFUNDIZAR

- 29** Una persona inicia un plan de pensiones a los 45 años, con cuotas mensuales de 200 € al 9% anual, con periodos de capitalización mensuales. ¿De qué capital dispondrá a los 65 años?

9% anual = 0,75% mensual

20 años = 240 mensualidades

$$C = 200 \cdot 1,0075 \cdot \frac{1,0075^{240} - 1}{0,0075} = 134\,579,20 \text{ €}$$

- 30** Recibimos un préstamo de 10 000 € al 12% anual que hemos de pagar en un año con plazos mensuales. El banco nos cobra 350 € por la gestión del préstamo en el momento de su concesión. Comprueba que la T.A.E. correspondiente a ese préstamo es de un 16,77%.

☛ *El banco nos cobra 10 000 € al 1% mensual, pero lo que realmente recibimos es 9 650 €, que al $r\%$ anual ($r = \text{T.A.E.}$) será igual a lo que el banco nos cobra. Plantea la ecuación correspondiente y despeja r .*

12% anual = 1% mensual

En realidad, recibimos 9 650 €.

Devolvemos $10\,000 \cdot 1,01^{12} = 11\,268,25 \text{ €}$.

$$\frac{11\,268,25}{9\,650} = 1,1677 \rightarrow \text{La T.A.E. será del } 16,77\%.$$

AUTOEVALUACIÓN

- 1. El sueldo de un trabajador aumentó, a principios de año, de 1 450 € a 1 508 €. ¿Cuál fue el índice de variación? ¿Y el porcentaje de subida?**

$$\text{Índice de variación: } \frac{1508}{1450} = 1,04$$

Porcentaje de subida: 4%

- 2. Unos pantalones que cuestan 50 € sufren un descuento de 10 € en las rebajas. Posteriormente, vuelven a ser rebajados un 40%. Calcula su precio final y su índice de variación.**

$$\text{Índice de variación de la primera rebaja: } I_1 = \frac{40}{50} = 0,80$$

$$\text{Índice de variación de la segunda rebaja: } I_2 = 1 - 0,40 = 0,60$$

$$\text{Índice de variación total: } I = I_1 \cdot I_2 = 0,80 \cdot 0,60 = 0,48$$

$$\text{Precio final: } 50 \cdot 0,48 = 24 \text{ €}$$

- 3. Ponemos 60 000 € en un banco al 3% anual. ¿Cuántos años debemos dejar ese dinero en el banco para obtener 33 478,04 € de beneficio?**

Cuando pasen n años, hemos de tener $60\,000 + 33\,478,04 = 93\,478,04 \text{ €}$.

$$60\,000 \cdot \left(1 + \frac{3}{100}\right)^n = 93\,478,04 \rightarrow 60\,000 \cdot (1,03)^n = 93\,478,04 \rightarrow$$

$$\rightarrow 1,03^n = \frac{93\,478,04}{60\,000} \rightarrow$$

$$\rightarrow n = \frac{\log 1,56}{\log 1,03} \rightarrow n = 15 \text{ años}$$

- 4. Un banco ofrece un 7% anual. Ingresamos 12 000 € y los mantenemos 2 años. Calcula el dinero que tendremos tras los 2 años si los periodos de capitalización son mensuales. ¿Y si son semestrales? Calcula la T.A.E. en ambos casos.**

- Periodos de capitalización mensuales.

— Cálculo de la T.A.E.:

Al 7% anual le corresponde un $\frac{7}{12} = 0,58333\%$ mensual.

En un año, el capital se multiplicará por:

$$1,0058333^{12} = 1,07229... \approx 1,0723 = 1 + \frac{7,23}{100}$$

La T.A.E. es del 7,23%.

— Cálculo del capital final tras 2 años:

$$12\,000 \cdot (1,0723)^2 = 13\,797,93 \text{ €}$$

• Periodos de capitalización semestrales.

— Cálculo de la T.A.E.:

Al 7% anual le corresponde un $\frac{7}{2} = 3,5\%$ semestral.

En un año, el capital se multiplica por $1,035^2 = 1,071225 \approx 1 + \frac{7,12}{100}$

La T.A.E. es del 7,12%.

— Cálculo del capital final tras 2 años:

$$12\,000 \cdot (1,0712)^2 = 13\,769,63 \text{ €}$$

5. Pedimos un préstamo de 5 000 € al 5% de interés semestral, que ha de ser devuelto al cabo de 3 años en un solo pago. ¿Cuál será el importe de dicho pago?

Como 3 años son 6 semestres, el pago ascenderá a:

$$5\,000 \cdot \left(1 + \frac{5}{100}\right)^6 = 5\,000 \cdot (1,05)^6 = 6\,700,48 \text{ €}$$

6. Hemos de amortizar 15 000 € en 3 años, a un interés anual del 10%, de forma que cada año se paguen los intereses del capital pendiente más la tercera parte del capital total. Calcula el importe que hay que pagar cada año.

	CAPITAL PENDIENTE	INTERESES	A PAGAR
1.º año	15 000 €	$15\,000 \cdot 0,1 = 1\,500 \text{ €}$	$5\,000 + 1\,500 = 6\,500 \text{ €}$
2.º año	10 000 €	$10\,000 \cdot 0,1 = 1\,000 \text{ €}$	$5\,000 + 1\,000 = 6\,000 \text{ €}$
3.º año	5 000 €	$5\,000 \cdot 0,1 = 500 \text{ €}$	$5\,000 + 500 = 5\,500 \text{ €}$

El primer año pagaremos 6 500 €; el segundo año, 6 000 €, y el tercero, 5 500 €.

7. Para la compra de un coche de 19 000 €, pedimos un préstamo al 7% de interés anual que pagaremos en cuotas mensuales durante 6 años. ¿Cuál será la cuota mensual?

Aplicaremos la siguiente fórmula para calcular la mensualidad, m :

$$m = C \cdot \frac{(1+i)^n \cdot i}{(1+i)^n - 1}, \text{ donde } C = 19\,000, i = \frac{7}{1\,200} \text{ y } n = 6 \cdot 12 = 72$$

$$m = 19\,000 \cdot \frac{(1,00583)^{72} \cdot 0,00583}{(1,00583)^{72} - 1} = 323,89 \text{ €}$$